

Sulla geometria e armonia nel rilievo dell'architettura. Il Medioevo

On geometry and harmonics in the architectural survey. The Middle Ages

Emiliano Della Bella

LA PREPARAZIONE DELL'ARCHITETTO RILEVATORE NON PUÒ PRESCINDERE DALLA CONOSCENZA DEI METODI E DEGLI STRUMENTI PROGETTUALI UTILIZZATI NELL'OGGETTO DEL PROPRIO STUDIO. IL PAPER SI PROPONE DI DARE UNA BREVE SINTESI DELLE METODOLOGIE A CUI SONO STATE SOTTOPOSTE LE PROPORZIONI NELLE DIVERSE INTERPRETAZIONI E NEL PROCESSO STORICO DI PERCEZIONE UMANA – DAL MEDIO EVO AL SETTECENTO – ATTRAVERSO LA SCIENTIA, LA FILOSOFIA E LA METAFISICA, ALLA LUCE DEI PIÙ RECENTI STUDI SULLA GEOMETRIA PLATONICA E SUI RAPPORTI ARMONICI.

PAROLE CHIAVE: GEOMETRIA, MEDIOEVO, VILLARD, PLATONE, RILIEVO.

La teoria della geometria costruttiva svolge nel Medioevo un importante ruolo nel disegno e nella costruzione dell'apparato architettonico. Essa regola e giustifica ogni forma e dimensione, dalla più piccola alla più grande, e ogni arte, dalla pittura all'architettura e alla musica.

Una delle pratiche più utilizzate – e di più facile lettura – è quella delle varie schematizzazioni originate dall'uso del quadrato. Nella sua forma più elementare, il quadrato è utilizzato come modulo che può essere moltiplicato e suddiviso definendo una griglia che determina la posizione di parti dell'edificio o della sua struttura. La pianta di St. Gall (ca. 817-823), ad esempio, segue una maglia di quadrati di 40 piedi¹ (fig. 1), mentre la pianta del convento di Muckross (Irlanda), del XV secolo, è determinata dalla rotazione del quadrato e da rettangoli $\sqrt{2}$ che man mano ne definiscono le forme² (fig. 2).

Questa "consuetudine" diviene "sistema" allorché la teoria è trasferita su pergamena prima e su carta poi³. Le nozioni tramandate oralmente da maestro ad allievo diventano a un tratto, se non di dominio pubblico, facilmente accessibili da una fornita cerchia di intellettuali.

Analizzando uno dei primi "taccuini"⁴ medievali, lo sguardo si posa immediatamente sul folio 14v del portfolio di Villard de Honnecourt. In basso (fig. 3) troviamo due piante di chiese. Accanto a quella di sinistra, l'autore⁵ scrive: «Questa è [la pianta di] una chiesa formata da quadrati progettata per l'Ordine di Cîteaux»⁶. Ma la stessa figura geometrica non governa solo la pianta; già dal XII secolo in Notre Dame de Bonmont (ca. 1131-1150) si assiste all'uso dei multipli del quadrato per definire la chiave della volta principale.⁷ Nel taccuino di Lorenz Lecher (1516), molto più maturo⁸ rispetto a quello di Villard, si trovano diversi rinvii all'uso del quadrato. Questo è generalmente utilizzato per proporzionare la nervatura della volta. Lecher annota: «auf das du das dester bess Verstehn magst, wie due in Pfosten bredt, in drey weg gemine solst, darauf, hab ich dier dieselbigen gros Verzeichnet, in der fierung, dass erst, durch die erfindung, Zwey In einer fierung, da hastu die rechte Zwey brente, das alt, Und das Jung, du solst also den Chreutzbogen gemine»⁹.

Lo schema basato sulla rotazione del quadrato è largamente utilizzato a Castel del Monte (ca. 1240)¹⁰. Tutti i muri interni sono regolati dal tracciamento di tre quadrati, mentre un quadrato inscritto nell'ot-

THE CULTURAL BACKGROUND OF THE SURVEYOR-ARCHITECT MAY NOT IGNORE THE KNOWLEDGE OF THE METHODS AND DESIGN TOOLS USED IN THE OBJECT OF HIS STUDY. THE PAPER AIMS TO GIVE A BRIEF SUMMARY OF THE METHODOLOGIES OF PROPORTIONING IN THE DIFFERENT INTERPRETATIONS AND HISTORICAL PROCESSES OF HUMAN PERCEPTION USED IN THE PAST – FROM THE MIDDLE AGES TO THE EIGHTEENTH CENTURY – THROUGH SCIENTIA, PHILOSOPHY AND METAPHYSICS, IN THE LIGHT OF THE MOST RECENT STUDIES ON THE PLATONIC GEOMETRY AND HARMONIC RELATIONSHIPS.

KEY WORDS: GEOMETRY, MIDDLE AGES, VILLARD, PLATO, SURVEY.

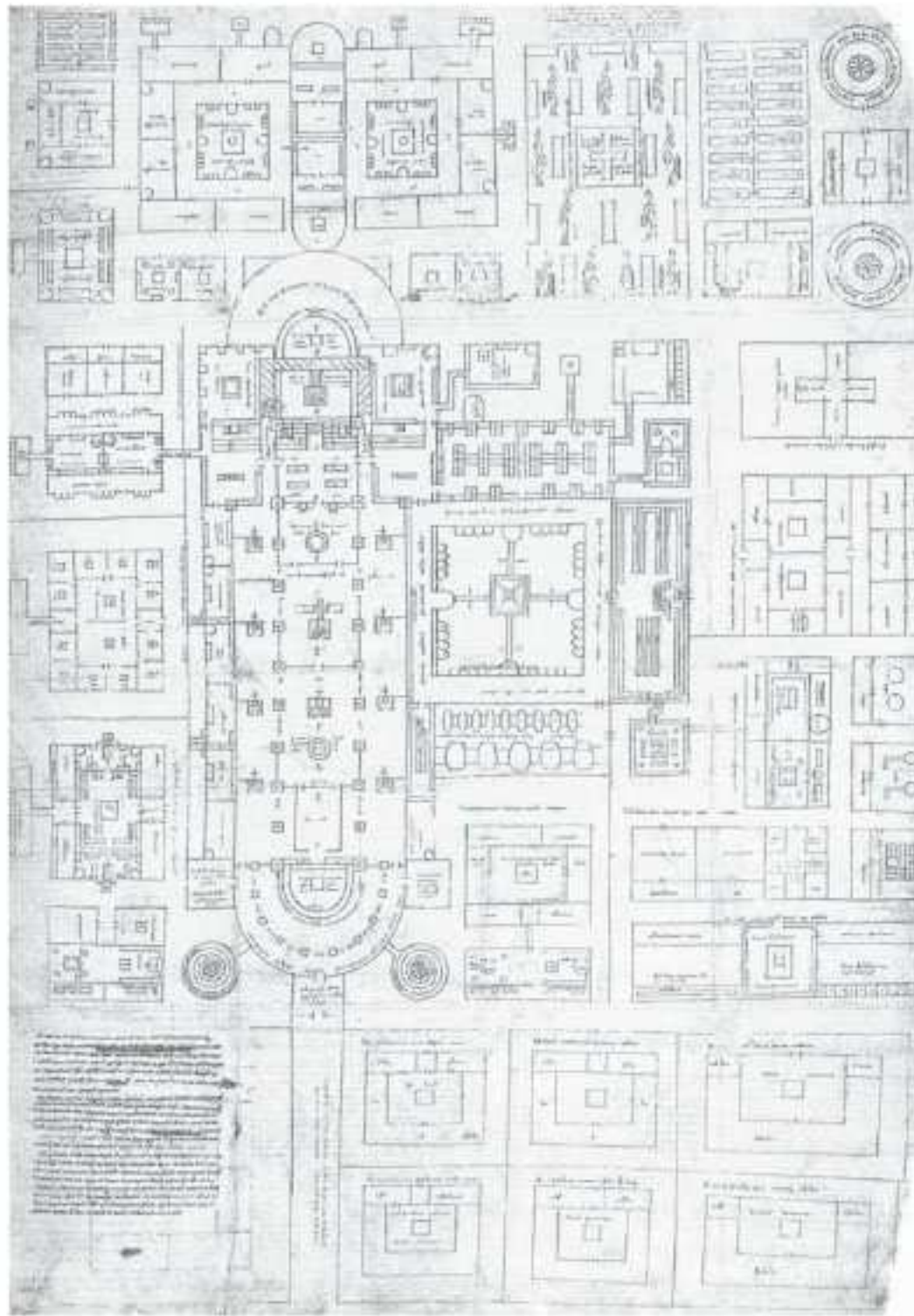
In the Middle Ages, the theory of constructive geometry plays an important role in the design and construction of the architectural apparatus. It regulates and justifies every shape and dimension, from the smallest to the largest, and all the arts, from painting to architecture and music.

One of the most commonly used practices – and easier to read – derives from the use of the quadrature or the rotation of the square. In its most basic form, the square is used as a module that can be multiplied and divided by defining a grid that determines the position of parts of the building or of its structure. As an example, the plant of St. Gall (ca. 817-823) follows a strictly 40 feet square grid¹ (fig. 1), while the XVth century Irish priory of Muckross is determined by the rotation of the square and $\sqrt{2}$ rectangles which gradually define its forms² (fig. 2).

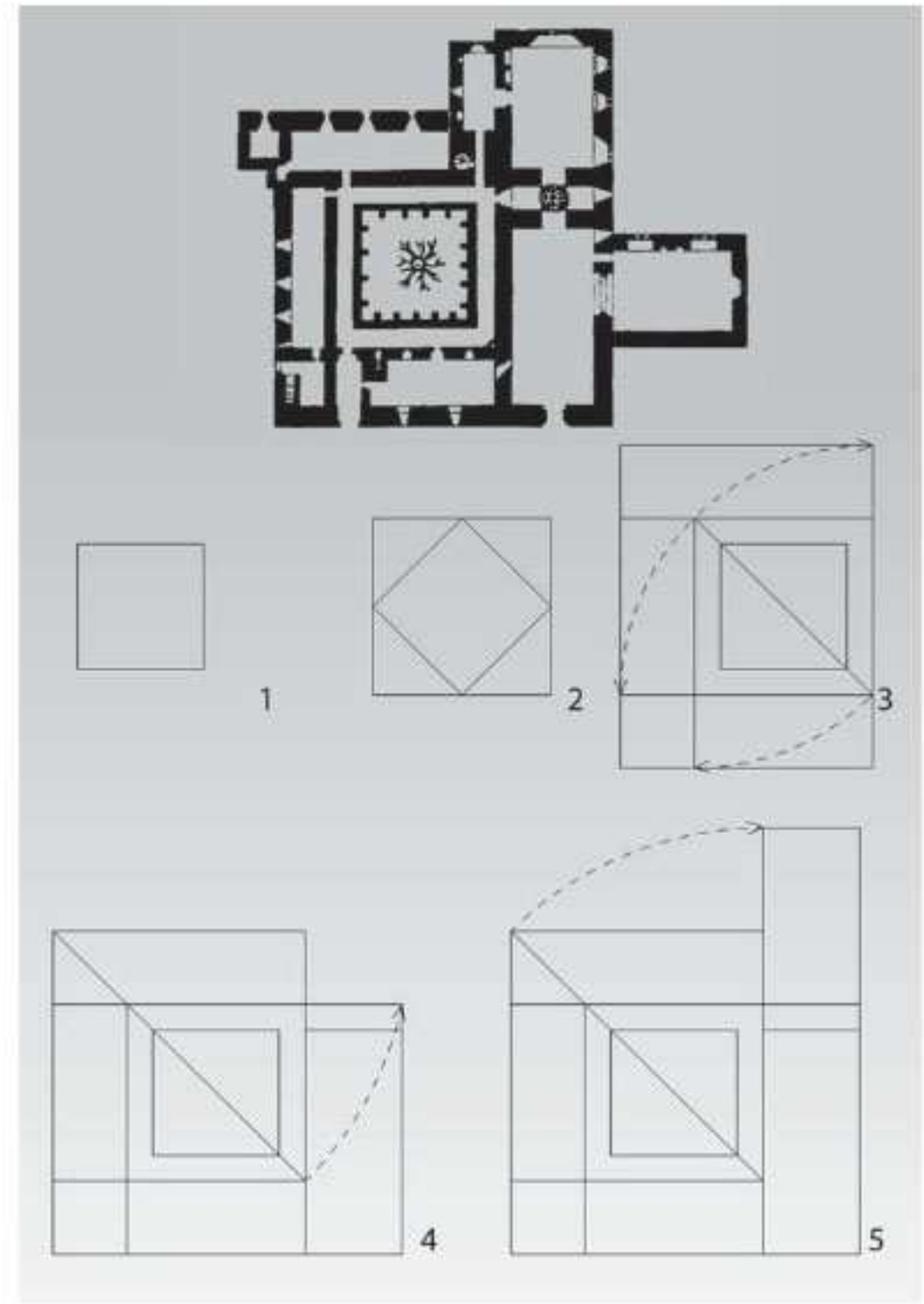
This 'practice' becomes a 'system' when the theory is finally transferred firstly on parchment and finally on paper.³ Analyzing one of the first medieval 'sketchbooks'⁴, our interest is immediately drawn on folio 14v of the portfolio of Villard de Honnecourt. At the bottom of the page (fig. 3) there are two drawings of church plans. Near the left one, the author⁵ notes: "This is [the plan of] a church designed by the using of squares for the Order of Cîteaux".⁶ But it's not only the plan to be governed by the same geometric shape; already since the XIIIth century in Notre Dame de Bonmont (ca. 1131-1150), we may find the use of multiples of the square to define the height of the keystone of the main vault.⁷ In Lorenz Lecher's notebook (1516), definitely more mature⁸ than Villard's, there are many references to the use of the quadrature. This is usually used to set the proportions of the vault's ribbings. Lecher writes: "auf das du das dester bess Verstehn magst, wie due in Pfosten bredt, in drey weg gemine solst, darauf, hab ich dier dieselbigen gros Verzeichnet, in der fierung, dass erst, durch die erfindung, Zwey In einer fierung, da hastu die rechte Zwey brente, das alt, Und das Jung, du solst also den Chreutzbogen gemine".⁹

The quadrature method is largely used in Castel del Monte (ca. 1240).¹⁰ The inner walls perimeter is fixed by the rotation of three squares, while the eight outer octagonal towers are determined by a square inscribed in the inner octagon. The same method, sometimes enriched with minor variations¹¹ as in the rose of the south transept of Louanne's cathedral, was used with inventiveness and audacity to create new forms.

1/ La Pianta di St Gall, St Gall, c. 820; Stiftsbibliothek MS. 1092.
Plan of St Gall, St Gall, c. 820; Stiftsbibliothek MS. 1092



2/ Convento di Muckross, XV secolo, costruzione geometrica della pianta
 (Coldstream 2002, p. 69).
Muckross priory, XV sec; geometric construction of the plan (Coldstream 2002, p. 69).



tagono interno proporziona le torri ottagonali esterne. Il metodo, a volte arricchito da varianti minime¹¹ come nel caso del rosone del transetto sud della cattedrale di Lousanne, veniva utilizzato con inventiva e spregiudicatezza per realizzare forme sempre nuove.

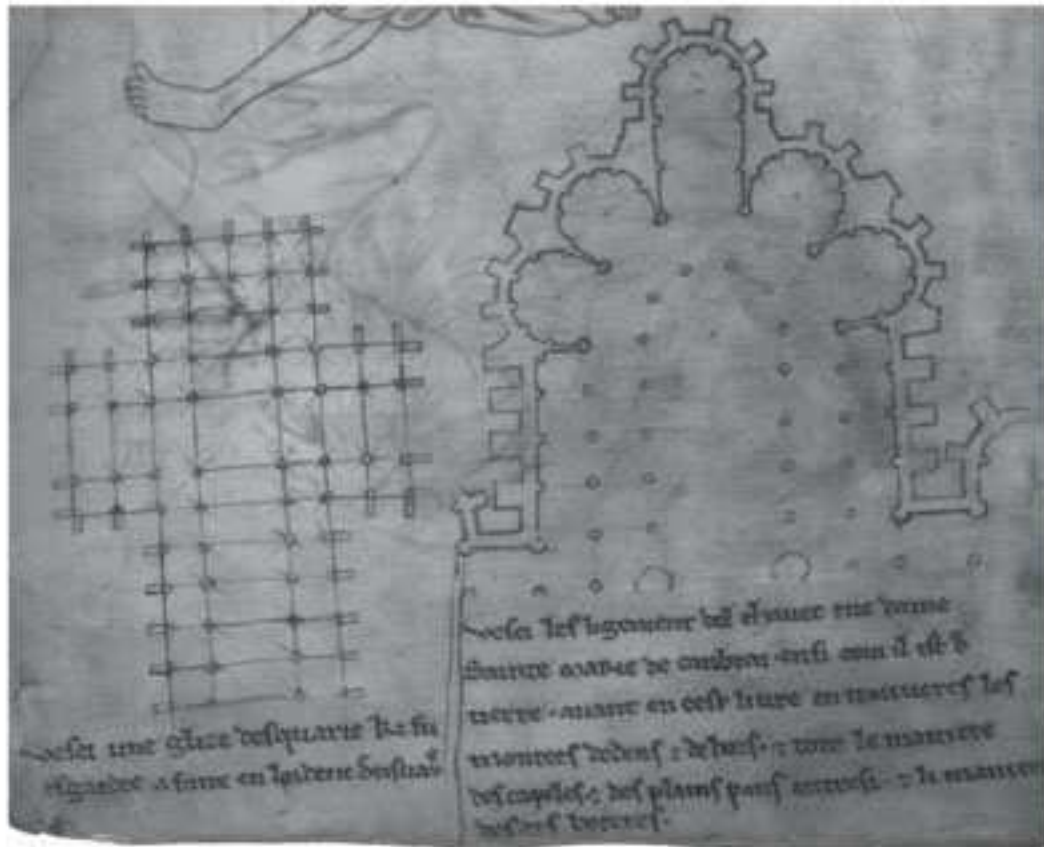
«[P]ar chu fait om on clo / stre autre tante s voies / com el prael»¹²; l'autore del fol. 20r del portfolio di Villard – per Hahnloser si tratta di “Magister II”, mentre per Barnes di “Mano IV”¹³, mostra di conoscere una caratteristica fondamentale, il rapporto che lega l'area dei quadrati tra loro inscritti¹⁴. Nella figura seguente (fig. 4) è illustrato l'algoritmo della quadratura; si parte da un quadrato $ABCD$; si determinano i punti medi dei quattro lati E, F, G e H e si costruisce un quadrato inscritto; si ruota il quadrato di 45° . L'area del quadrato inscritto ($EFGH$) è pari alla metà dell'area del quadrato $ABCD$.

“[P]ar chu fait om on clo / stre autre tante s voies / com el prael”¹², the author of *folio 20r* of Villard's portfolio – for Hahnloser is ‘Magister II’ while for Barnes is ‘Hand IV’¹³ – shows to know a key feature, the relationship between the area of a series of inscribed squares¹⁴. In the following picture I have explained the algorithm of quadrature; it begins with the setting out of a square $ABCD$; the midpoints of each of the four sides E, F, G and H are determined and, by these, can be set out an inscribed square; lastly, rotate the square of 45° . The area of $EFGH$ is half of $ABCD$.

The square, the equilateral triangle and the regular pentagon, are all associated with Platonic geometry.¹⁵ Their meaning is derived from the five polyhedra identified in the *Timaeus* and associated by Plato with the four elements and the universe that contains them.¹⁶ Most of the

3/ Particolare del folio 14v del portfolio di Villard de Honnecourt. Si tratta di una pianta di una chiesa progettata ad quadratum simile ad altre chiese Cistercensi quali Morimond e Fontainjean.

Detail of Folio 14v of Villard de Honnecourt's portfolio. It is a church plan that is designed ad quadratum like other Cistercian churches as Morimond and Fontainjean.

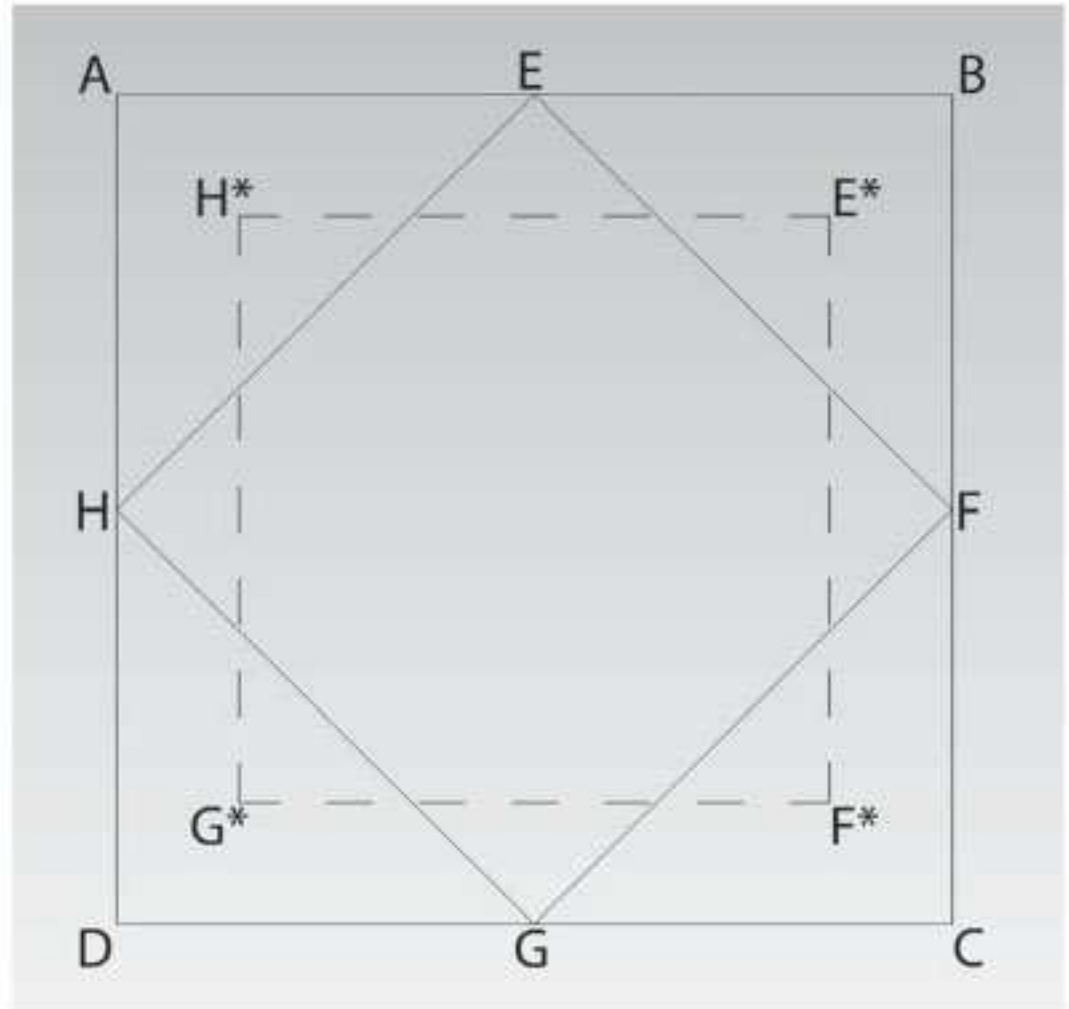


Il quadrato, assieme al triangolo equilatero e al pentagono regolare, fa parte di quelle figure piane associate alla geometria Platonica¹⁵. Il loro significato deriva dai cinque poliedri identificati nel *Timeo* da Platone e da questi associati ai quattro elementi e all'universo che li contiene¹⁶. Come è noto, gran parte della cosmologia Platonica confluisce nella filosofia medievale di Agostino. Nel suo *De ordine*, S. Agostino scrive «Iam in musica, in geometria, in astrorum motibus, in numerorum necessitatibus ordo ita dominatur ut si quis quasi eius fontem atque ipsum penetrare videre desideret, aut in his inveniatur aut per haec eo sine ullo errore ducatur»¹⁷.

A proposito dell'importanza della geometria platonica nella Scolastica medievale è opportuno citare Lund che afferma che «It appears [...] that medieval Church architecture is a direct continuation of the art of building classic temples, which in its turn expresses the perception of Greek philosophy concerning the harmony of the universe [...] Its proportioning was therefore established according to an irrational measure [...] as [...] appears in the pentagram, which for the Pythagoreans was the symbol of the harmonious system in the Cosmos. [...] It seems that these rules of religious architecture were a secret science in the Middle Ages. [...] through this secrecy, the rules became forgotten, and as a reflection of the ancient science there only existed in the following centuries the superstitious use of the pentagram. [...] It is the forgotten science which we have discovered [...]»¹⁸.

La geometria combinava in sé proprietà matematiche ad associazioni metafisiche¹⁹. Le descrizioni della costruzione delle figure geometriche e delle loro proprietà da parte di Euclide e i significati metafisici derivanti dalla cosmologia di Platone portarono il teologo medievale Hugh di St. Victor a descrivere la disciplina come «la definizione contemplativa delle forme [...] una fonte di percezioni ed una sorgente di espressioni»²⁰.

4/ Schema relativo alla rotazione del quadrato. *Quadrature.*



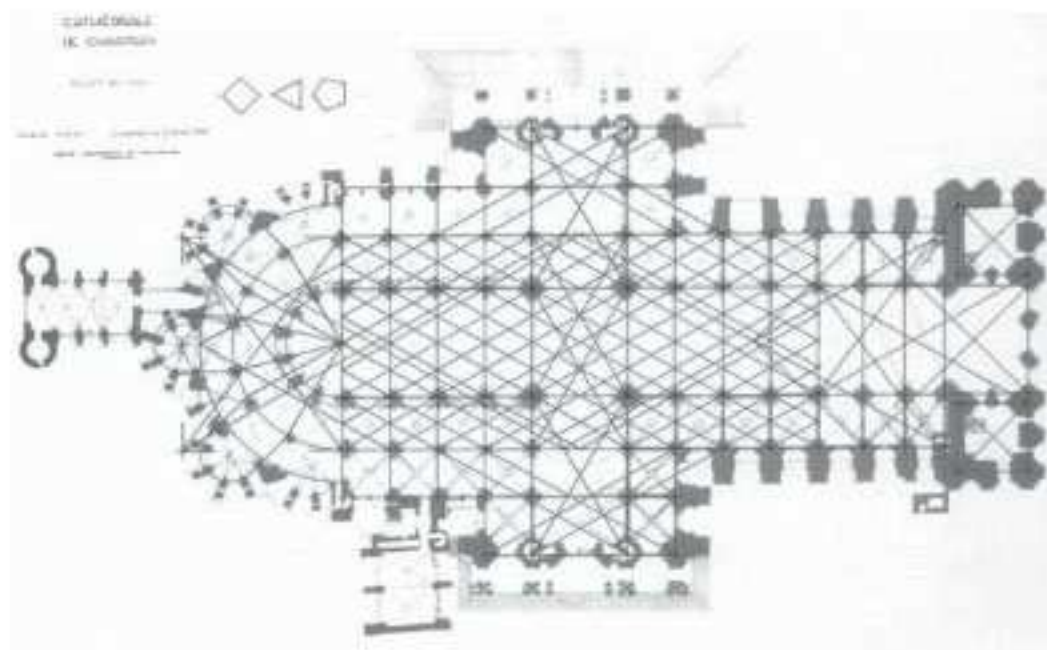
Platonic cosmology flows into the medieval philosophy of Augustine. In *De ordine*, St. Augustine writes “Iam in musica, in geometria, in astrorum motibus, in numerorum necessitatibus ordo ita dominatur ut si quis quasi eius fontem atque ipsum penetrare videre desideret, aut in his inveniatur aut per haec eo sine ullo errore ducatur”¹⁷.

It is worth to mention Lund who, referring to platonic geometry, asserts that “It appears [...] that medieval Church architecture is a direct continuation of the art of building classic temples, which in its turn expresses the perception of Greek philosophy concerning the harmony of the universe [...] Its proportioning was therefore established according to an irrational measure [...] as [...] appears in the pentagram, which for the Pythagoreans was the symbol of the harmonious system in the Cosmos. [...] It seems that these rules of religious architecture were a secret science in the Middle Ages. [...] through this secrecy, the rules became forgotten, and as a reflection of the ancient science there only existed in the following centuries the superstitious use of the pentagram. [...] It is the forgotten science which we have discovered [...]”¹⁸.

Geometry combined in itself mathematical properties metaphysical associations¹⁹. The descriptions of the construction of geometric figures and their properties by Euclid and the metaphysical meanings arising from the cosmology of Plato brought the medieval theologian Hugh of St. Victor to describe the discipline as “la definizione contemplativa delle forme [...] una fonte di percezioni ed una sorgente di espressioni”²⁰.

5/ Pianta della Cattedrale di Chartres. Angoli derivanti dal vertice del triangolo equilatero, dalla diagonale del quadrato e dalle diagonali del pentagono, rispettivamente 60° , 45° e 36° (Hiscock 2000, plate 95).

Plan of Chartres Cathedral. Resulting corners from the vertex of an equilateral triangle, the diagonal of the square and the diagonals of the pentagon, respectively 60° , 45° and 36° (Hiscock 2000, plate 95).



Attraverso lo studio delle sette Arti Liberali venivano insegnate le verità sull'ordine dell'universo. Divise in due parti, esse erano composte dal *trivium* e dal *quadrivium*, lo studio del primo propedeutico al secondo. Nel *trivium* vi si trovavano la grammatica, la dialettica e la retorica, rispettivamente insegnate per imparare a leggere, a capire e a costruire un ragionamento. Del *quadrivium* facevano parte l'aritmetica, la musica, la geometria e l'astronomia. L'aritmetica era considerata la conoscenza di base per l'apprendimento delle successive e trattava la moltitudine in relazione a se stessa, la musica trattava la moltitudine in relazione a un'altra moltitudine come nei rapporti musicali, la geometria trattava la grandezza nel suo stato di quiete, l'astronomia trattava la grandezza in movimento²¹. In altre parole il *quadrivium* era da intendersi come le quattro vie o *quadri-vium* per apprendere l'universo intelligibile.

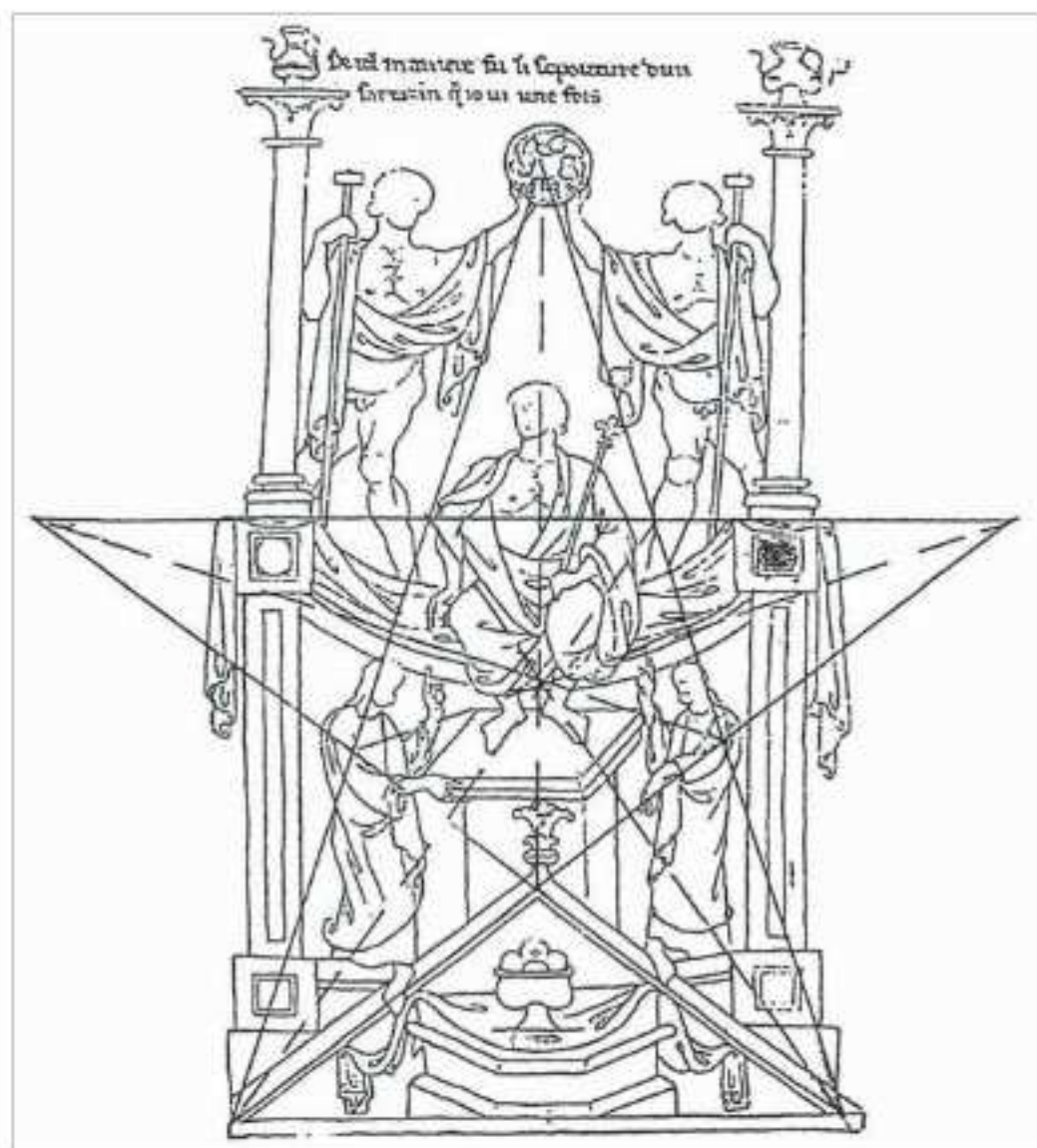
Il posto che Agostino attribuisce alla geometria all'interno delle Arti Liberali è di notevole importanza. Alla geometria egli richiedeva e attribuiva una funzione anagogica²², capace di condurre l'ordine divino verso la fede dei credenti; «da *ana* (in alto), e da *ago* (io conduco), [...] il senso anagogico [...] conduce dalle cose visibili a quelle invisibili»²³.

Nel Medioevo le costruzioni religiose venivano progettate «da una figura di base. [...] L'architetto medievale sviluppava una serie di figure geometriche determinate in cantiere dall'utilizzo di funi e picchetti»²⁴. Nel suoi studi sulla geometria Platonica, Nigel Hiscock individua l'utilizzo della teoria geometrica per le costruzioni di piante e alzati delle più conosciute cattedrali gotiche europee. Egli individua (fig. 5) l'uso sistematico degli angoli derivanti dal vertice del triangolo equilatero, dalla diagonale del quadrato e dalle diagonali del pentagono²⁵.

In Villard si trovano alcuni disegni di architettura che fanno eco a quanto già esposto. Il folio 6r riporta il disegno di una «[...] sepulture dun / sarrazin [...]»²⁶ che l'autore dice di aver visto in uno dei suoi viaggi²⁷. Roland Bechmann ha scoperto che il modello della *sepulture* è generato da un pentagramma²⁸ (fig. 6), figura che troveremo di

6/ Pentagramma sovrapposto al folio 6r del portfolio di Villard de Honnecourt (Bechmann 2004, p.132).

Pentagramm geometric basis of Villard's sepulchre of a saracen (Bechmann 2004, p. 132).

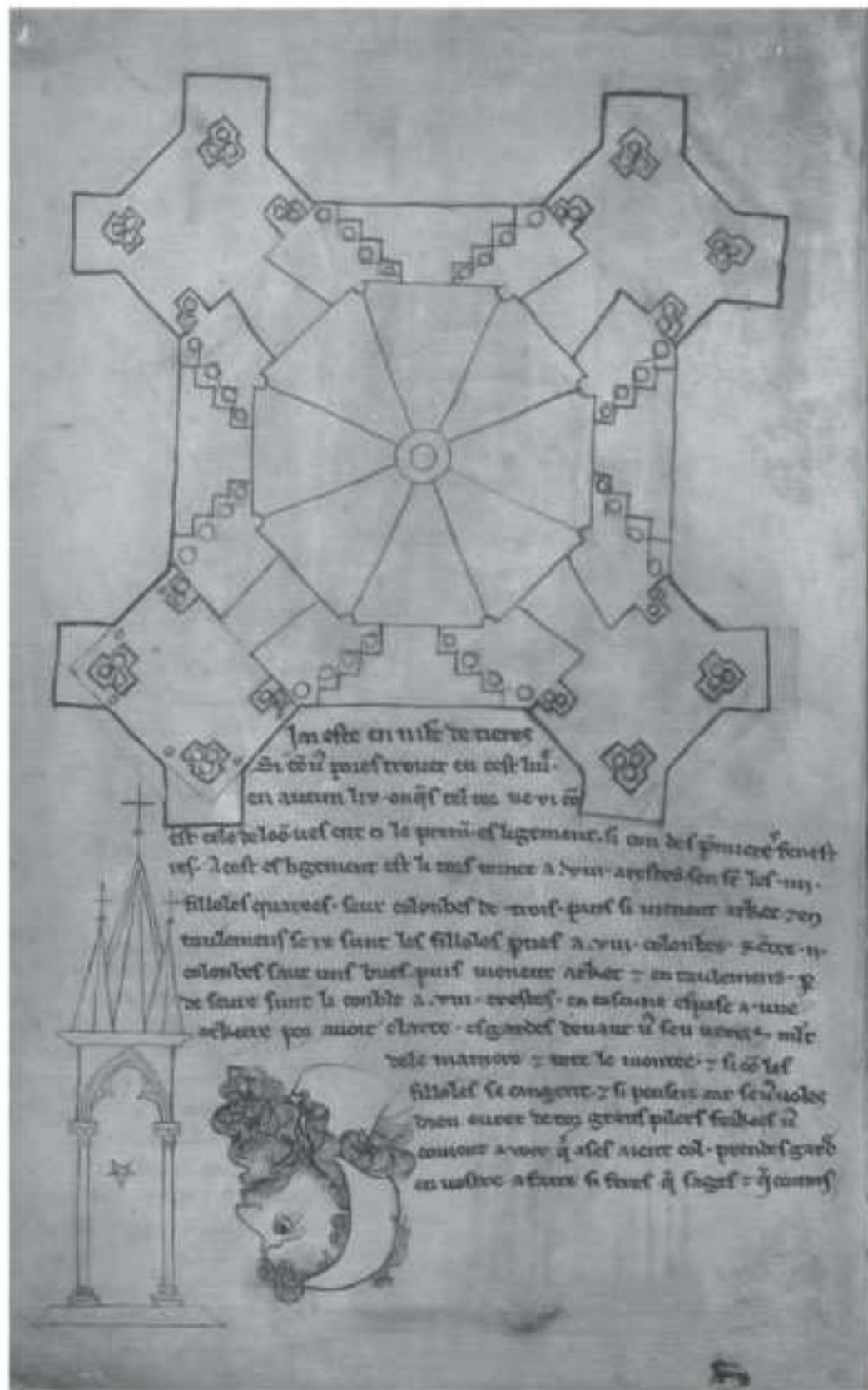


Through the study of the Seven Liberal Arts, were taught the truths about the order of the universe. Divided into two parts, they were composed by *trivium* and *quadrivium*, the study of the first preparatory to the second. The *trivium* was intended as a preparation for the study of the second part, in it there were grammar, dialectic and rhetoric, respectively taught to learn to read, to understand and to argument. Arithmetic, music, geometry and astronomy were part of the *quadrivium*. Arithmetics was regarded as the base knowledge for subsequent learning and dealt the multitude in relation to itself, music dealt the multitude in relation to another multitude as for the musical ratios, geometry dealt the magnitude at rest, astronomy dealt the magnitude in movement.²¹ In other words the *quadrivium* was intended as the four-way or *quadri-vium* to learn the whole universe.

The place that Augustine attributes to the geometry within the Liberal Arts is of great importance. He attributed to geometry an anagogical function,²² which would bring the divine order to the faith of the believers; “da *ana* (in alto), e da *ago* (io conduco), [...] il senso anagogico [...] conduce dalle cose visibili a quelle invisibili”²³.

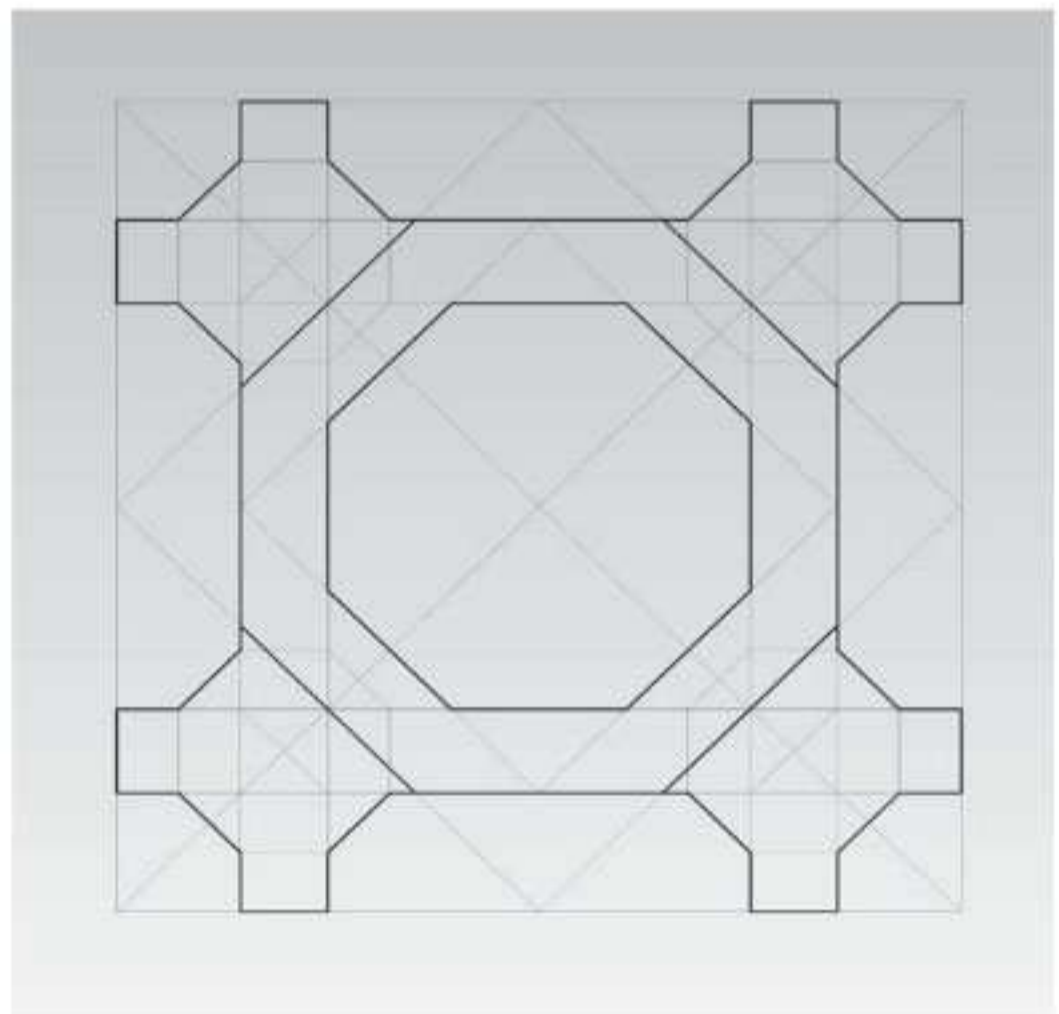
In the Middle Ages, religious buildings were designed “from a basic figure. [...] The medieval architect developed a series of geometric figures determined on site by the use of ropes and stakes”²⁴. In his study on Platonic geometry, Nigel Hiscock identifies the use of the geomet-

7/ Folio 9v del portfolio di Villard de Honnecourt. In alto, la pianta della torre di Laon.
 Folio 9v of Villard de Honnecourt's portfolio. Above, Laon's tower plan.



nuovo nel folio 18v per l'architettura di un tabernacolo.²⁹ Ancora nel folio 9v appare la pianta della torre di Laon che “semberebbe”³⁰ essere stata disegnata utilizzando il metodo della rotazione del quadrato (figg. 7, 8). Ma l'applicazione all'architettura, ci dice Villard, non è l'unico utilizzo della geometria, egli infatti scrive «Ci commence li force des trais de / portraiture si con li ars de iometrie / les ensaigne. Por legierement overer. / F / et en lautre fuel sunt cil de le maconerie»³¹; il portfolio di Villard è ricco di citazioni sul triangolo, sul quadrato e sul pentagono.

8/ Applicazione della rotazione del quadrato per il disegno della pianta della torre di Laon (Bork 2003, p. 17).
 Square schematism of Laon tower plan from fol. 9v (Bork 2003, p. 17).



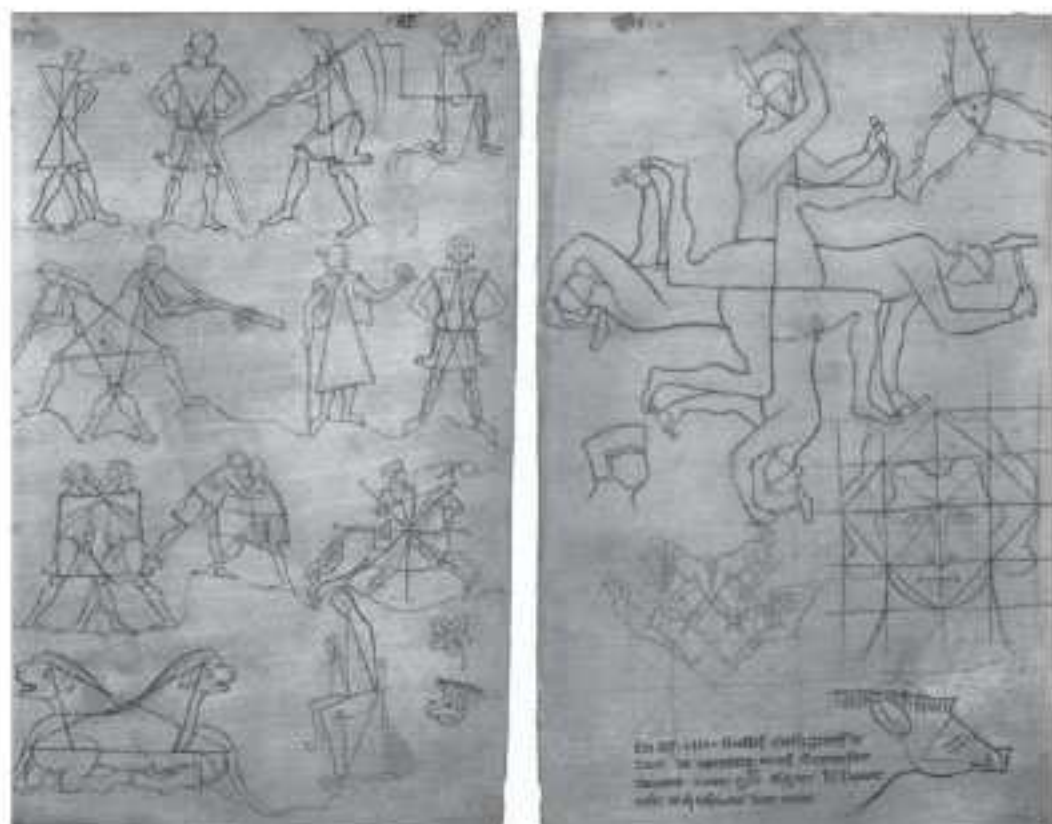
ric theory for the construction of plants and fronts of the most known Europe's gothic cathedrals. He identifies (fig. 5) the systematic use of the angles arising from the apex of an equilateral triangle, from the diagonal of the square and from the diagonals of the pentagon.²⁵ Some Villard's drawings echo Hiscock's discoveries. On fol. 6r there is a “[...] sepulture dun / sarrazin [...]”²⁶ that the author claims to have seen in one of his trips.²⁷ Roland Bechmann found out that the model of *sepulture* is generated by a pentagram²⁸ (fig. 6), figure that we will find again in *folio 18v* for the architecture of a tabernacle.²⁹ On *folio 9v* we find the plan of Laon's tower that “seems”³⁰ to be drawn using the method of quadrature (figs. 7, 8). But Villard says that geometry is not only used in architecture, he writes “Ci commence li force des trais de / portraiture si con li ars de iometrie / les ensaigne. Por legierement overer. / F / et en lautre fuel sunt cil de le maconerie”³¹; Villard's portfolio is full of quotations on the triangle, the square and the pentagon. The figures of *fol. 18r*, *18v*, *19r*, *19v* and *21v* (figs. 9, 10) differ much from the other human and animal representations of the entire portfolio as they are overlapped by geometric constructions. There are lots of speculations about this particular type of graphics; is those, some have seen the application of the proportion's principles of Vitruvius, some an organic encoding of Plato's principles. However, probably, it's only a technique for transferring drawings – in different sizes – from one medium to another.³²

In conclusion, we can say that geometry was a fundamental discipline of the medieval scholar who understood and lived by it through its

9/ Folio 18 (recto e verso) del portfolio di Villard de Honnecourt.
Schematizzazione in poligoni di figure umane e animali.
Folio 18 (recto and verso) of Villard de Honnecourt' portfolio. Schematization in polygons of human and animals figures and animals.



10/ Folio 19 (recto e verso) del portfolio di Villard de Honnecourt.
Schematizzazione in poligoni di figure umane e animali, applicazione della rotazione del quadrato.
Folio 19 (recto and verso) of Villard de Honnecourt' portfolio. Schematization in polygons of human and animals figures, application of quadrature.



Le figure dei foll. 18r, 18v, 19r, 19v e 21v (figg. 9, 10) differiscono di gran lunga dalle altre rappresentazioni umane e animali dell'intero portfolio, in quanto composte e/o sovrapposte da costruzioni geometriche. Questo tipo particolare di graficismo ha fatto molto riflettere; c'è chi vi ha visto l'applicazione dei principi proporzionali di Vitruvio, chi invece una codifica organica dei principi platonici. Molto probabilmente, invece, essi sono solo una tecnica per trasferire i disegni – anche in grandezze diverse – da un *medium* a un altro³². Concludendo, è possibile affermare come la geometria fosse una disciplina fondamentale dell'erudito medievale e che questi la comprendesse e la vivesse anche nell'aspetto metafisico, nell'ordine delle cose e nel movimento dell'universo. La geometria costruttiva fatta di rapporti armonici e grandezze angolari diventa forma di un'unica espressione che si ritrova indistintamente tanto nel pensiero mistico medievale – come ad esempio in sant'Agostino – tanto nei tracciati delle chiese³³. Per la mentalità tradizionale medievale, il fatto che l'analogia numero-forma-principio non fosse consciamente intesa dal volgo, era di nessuna importanza in quanto «*qui eos non noverunt nec possunt dicere, non negant tamen ex his se voluptate aliqua perfrui*»³⁴.

Nell'accezione più calzante del termine "rilievo", esso è quella serie di procedimenti che tendono a ricostruire il percorso che ha subito un oggetto nel tempo, ricostruendone la genesi e l'evoluzione progettuale. È un percorso intellettuale, un viaggio a ritroso nel tempo, una sorta di metempsicosi che permette allo studioso di comprendere l'Idea che va ben oltre il pragmatismo della misurazione. In assenza di ciò, il numero 1,618 sarebbe, appunto, un semplice numero³⁵. Chi non ne conoscesse il significato metafisico, non potrebbe mai meravigliarsi di fronte all'arte medievale – sia essa architettura, pittura o scultura – e apprezzarla come un inno verso Colui che ha «ordinato tutto per massa, numero e peso»³⁶.

metaphysical aspect, the order of things and the movement of the universe. The constructive geometry, made of harmonious relations and angular sizes, becomes expression both of the medieval mystical thought – such as in St. Augustine – as well as in the plans of the churches.³³ It was of little importance in the traditional medieval mentality, that the analogy number-form-principle was not consciously understood by the common people, as "*qui eos non noverunt nec possunt dicere, non negant tamen ex his se voluptate aliqua perfrui*"³⁴.

The most fitting meaning of the term 'survey' is that whole set of processes that tend to trace the path a certain object had endured in time reconstructing its genesis and evolution.

It is an intellectual journey, a journey back in time, a kind of metempsychosis, which allows the scholar to understand an idea that goes far beyond the pragmatism of measurement. Without this, the number 1,618 would be just a simple number.³⁵ Who doesn't know its metaphysical meaning, could never marvel at medieval art – be it architecture, painting or sculpture – and appreciate it as a hymn to the One who "has ordered everything by mass, number and weight"³⁶.

¹ Oltre alla pianta di St. Gall, vi sono almeno altre quaranta costruzioni monastiche a seguire lo stesso modulo. Horn, Born 1966, p. 285.

² Come evidenziato nella fig. 2, si possono distinguere 5 fasi generative; fase 1. il quadrato interno del chiostro; fase 2. si ruota il quadrato di base per identificare il deambulatorio; fase 3. una serie di rettangoli $\sqrt{2}$ costruiti sul quadrato più grande identificano le espansioni verso est, nord e sud; fasi 4 e 5. rettangoli $\sqrt{2}$ costruiti dal chiostro e dal lato est identificano le dimensioni della chiesa del convento. Coldstream 2002, p. 70.

³ In Europa l'uso della pergamena per la scrittura cominciò a ridursi sensibilmente nel XIII secolo in favore della carta.

⁴ L'uso del termine "taccuino" in riferimento al lavoro di Villard è del tutto anacronistico. Il libricino è in realtà un portfolio, termine che sarà utilizzato nell'intero *paper*; le pagine sono cucite tra loro e conservate in una copertina di pelle di suino marrone. Al tempo di Villard le pagine in pergamena erano sfuse e probabilmente raccolte in qualche tipo di copertina. Benché ogni foglio sia stato numerato, l'impaginazione non è altro che il risultato di speculazioni posteriori della sequenza originale. Ball 2009, p. 163.

⁵ È ormai comunemente accettato che il portfolio sia stato annotato da diverse mani; Hahnloser e Barnes concordano sull'attribuzione del testo del fol. 14v a Villard.

⁶ «vesci une glize desquami ki fu / esgardee a faire en lordene de cistiaus».

⁷ L'ampiezza della navata corrisponde a un doppio quadrato che definisce la chiave della volta soprastante. Bucher 1972, pp. 37-51.

⁸ A differenza del lavoro di Villard che appare come un portfolio, quello di Lecher è da considerarsi un vero trattato. Lecher scrive: «das nach Volgendt Werckh angefangen, Meinen Son Moritzen, Zu underweissungen, Unnd Lerungen, sein Handtwerckh deste bass, Und khuenstlicher Zu Volpringen» [Il seguente lavoro è stato redatto affinché mio figlio Moritz completi il suo apprendistato nella maniera migliore]. Köln, Historisches Archiv, Handschrift Wf.276*, fol. 43.

⁹ «A proposito di ciò, proprio come il *muillon*, puoi determinare il modello in tre modi, te ne ho disegnato uno con un quadrato, il primo metodo utilizza due quadrati inscritti in un altro ed avrai così i due modelli corretti, il Vecchio ed il Nuovo; allo stesso modo potrai trovare le nervature». Köln, Historisches Archiv, Handschrift Wf.276*, fol. 45.

¹⁰ Bucher 1972, pp. 37-51.

¹¹ Sono interessanti le valutazioni di Bucher, di Barnes e di Beer sul "metodo" utilizzato per la costruzione del rosone del transetto sud della cattedrale di Lousanne. In particolare, Barnes evidenzia che la rigidità dell'algoritmo viene forzata nel determinare i centri delle quattro circonferenze centrali. Barnes 2009; Bucher 1968, pp. 49-71; Beer 1956, p. 26.

¹² «Come costruire un chiostro che abbia l'area del deambulatorio uguale a quella del cortile interno». La traduzione letterale sarebbe: «In questo modo si realizza un chiostro uguale nel deambulatorio e nel cortile».

¹³ Hahnloser 1972, pp. 194-200; Barnes 2009, p. 130.

¹⁴ Tramandato fin dall'antichità da Pitagora per mezzo di Vituvio. Vitruvio (*Marcus Vitruvius Pollio*), *De architectura*, IX, 4-5. L'area del quadrato inscritto è la metà dell'area del quadrato che lo circonda mentre il perimetro del terzo quadrato inscritto è pari alla metà del primo quadrato.

¹⁵ I primi studi sulla geometria medievale risalgono al XIX secolo. Gwilt, Dehlio e von Drach, avendo individuato in architettura l'utilizzo delle figure piane quali il triangolo equilatero, il quadrato, il pentagono regolare e l'ottagono vedevano in esse una mera praticità grafica. Studi più recenti, e tra questi quelli di Frankl e Hiscock, vedono invece contrapporre una nuova teoria di tipo simbolico riconducendo gli schemi alla geometria Platonica. Frankl 1960, pp. 702-734; Hiscock 2000, pp. 13-17.

¹⁶ Il triangolo equilatero del tetraedro, dell'ottaedro e dell'icosaedro rappresenta il fuoco, l'aria e l'acqua; il quadrato del cubo rappresenta la terra; il pentagono del dodecaedro era associato all'universo. Hiscock 2004, pp. 3-21.

¹⁷ «Nella musica poi, nella geometria, nel movimento delle stelle, nelle leggi aritmetiche l'armonia è sovrana. E se qualcuno ne vuol vedere, per così dire, la sorgente e il recesso o li trova in esse o, mediante esse, senza errore v'è condotto». Sant'Agostino, *De Ordine*, 20.54.

¹⁸ Lund 1921.

¹⁹ Hiscock 2007, p. 20.

²⁰ Hugh di St. Victor, *Didascalion*, II.15.

²¹ Boezio, *De aritmetica*, *Praefatio*; Giovanni di Damasco, *Dialectica* III; Hugh di St. Victor, *Didascalion* II.6.

²² «... anagogico...», diceva Dante è «sovrasenso». Dante Alighieri, *Convivio*, II, 6-8.

²³ de Mende 2000, p. 18.

²⁴ von Simpson 1968.

¹ In addition to the plan of St. Gall, there are at least forty other monastic buildings to follow the same scheme. Horn, Born 1966, p. 285.

² As described in fig. 2 there are 5 phases that generate the whole plan; phase 1- the inner square of the cloister; phase 2- rotating the base square to identify the ambulatory; phase 3- a series of $\sqrt{2}$ rectangles are built on the larger square to identify the expansion to the east, north and south; phases 4 and 5- $\sqrt{2}$ rectangles constructed on the cloister and on the east side identify the size of the convent church. Coldstream 2002, p. 70.

³ In Europe, the use of parchment ceased around the XIIIth century in favor of the easily obtained paper.

⁴ To call Villard's work a sketchbook is anachronistic, for it seems that the pages were loose while Villard owned them, though they may have been kept together in the portfolio cover. Ball 2009, p. 163.

⁵ It is commonly accepted that the portfolio has been noted by several hands; both Hahnloser and Barnes agree that the text of fol. 14v is by Villard.

⁶ «vesci une glize desquami ki fu / esgardee a faire en lordene de cistiaus».

⁷ The nave width defines a double square giving the apex of the vault. Bucher 1972, pp. 37-51.

⁸ Unlike the work of Villard that appears as a portfolio, Lecher's is to be considered as a true Treaty. Lecher notes: «das nach Volgendt Werckh angefangen, Meinen Son Moritzen, Zu underweissungen, Unnd Lerungen, sein Handtwerckh deste bass, Und khuenstlicher Zu Volpringen» [The following work has been prepared so that my son Moritz complete his apprenticeship in the best way]. Köln, Historisches Archiv, Handschrift Wf.276*, fol. 43.

⁹ «Regarding which you may better understand that just as you should determine the *muillon* template in three ways, so I have drawn the same for you in the square, that first through the device of the two squares within a square you will have the two correct templates, the Old and the Young; in the same way you should determine the crossribs». Köln, Historisches Archiv, Handschrift Wf.276*, fol. 45.

¹⁰ Bucher 1972, pp. 37-51.

¹¹ The assessments of Bucher, Barnes and Beer on the 'method' used for the construction of the rose window of the south transept of the cathedral of Lousanne are interesting. In particular, Barnes shows that the rigidity of the algorithm is forced in determining the centers of the four central circumferences. Barnes 2009; Bucher 1968, pp. 49-71; Beer 1956, p. 26.

¹² «How to make a cloister with the area of the aisles equal to that of the garth». The literal translation is: «By this [means] one makes a cloister equal in its walkways as in its garth».

¹³ Hahnloser 1972, pp. 194-200; Barnes 2009, p. 130.

¹⁴ Passed down since ancient times by Pythagoras by means of Vituvius. Vitruvius (*Marcus Vitruvius Pollio*), *De architectura*, IX, 4-5. The area of the inscribed square is half of the area of the square that circumscribes it while the perimeter of third inscribed square is equal to half the perimeter of the first one.

¹⁵ The first studies on medieval geometry date back to the nineteenth century. Gwilt, Dehlio and von Drach, having identified the use of plane figures such as the equilateral triangle, the square, the pentagon and the octagon in architecture, saw in them a mere graphic convenience. Recent studies, among them those of Frankl and Hiscock, see instead a new symbolic theory brought back from Platonic geometry. Frankl 1960, pp. 702-734; Hiscock 2000, pp. 13-17.

¹⁶ The equilateral triangle of the tetrahedron, of the octahedron and of the icosahedron represents fire, air and water, the square of the cube represents earth, the pentagon of the dodecahedron was associated to the universe. Hiscock 2004, pp. 3-21.

¹⁷ «In music, in geometry, in the movement of the stars, in the laws arithmetic, harmony is supreme. And if anyone wants to see, so to speak, the source and the withdrawal or find them in them or through them, he is led with no error». S. Agostino, *De Ordine*, 20.54.

¹⁸ Lund 1921.

¹⁹ Hiscock 2007, p. 20.

²⁰ Hugh di St. Victor, *Didascalion*, II.15.

²¹ Boezio, *De aritmetica*, *Praefatio*; Giovanni di Damasco, *Dialectica* III; Hugh di St. Victor, *Didascalion* II.6.

²² Dante said that «... anagogico...» is «sovrasenso». Dante Alighieri, *Convivio*, II, 6-8.

²³ «from *ana* (upward), and from *ago* (I lead), [...] the anagogic meaning [...] leads from visible things to invisible ones.»; de Mende 2000, p. 18.

²⁴ von Simpson 1968.

²⁵ Respectively of 60°, 45° e 36°. Hiscock 2000, pp. 260-262.

²⁶ «Saracen tomb». The word *sarracin* simply indicated 'pagan' or 'non-Christian'. There is still much debate on assessing the drawing as the representation of an architecture or

²⁵ Rispettivamente di 60°, 45° e 36°. Hiscock 2000, pp. 260-262.

²⁶ «tomba di un saraceno». Il termine *sarracin*, in questo caso, assume l'accezione di "pagano" o "non cristiano". Vi è ancora un gran dibattito sul valutare il disegno come la rappresentazione di un'architettura o di un oggetto artistico o addirittura la combinazione dei due. Barnes 2009, p. 53.

²⁷ «Jai este en m[u]lt de tieres / Si com vos pores trover en cest liv[r]e». Villard, fol. 9v.

²⁸ Bechmann 2002, p. 14.

²⁹ Willis si riferisce al disegno come al "tabernacolo" mentre Bucher lo definisce "castello". Una delle ultime interpretazioni lo vede come il Tempio di Salomone con i quattro chiavistelli che stanno a simboleggiare i quattro elementi: terra, aria, acqua e fuoco. Willis 1859, p. 113; Bucher 1979, p. 112; Beffeyte 2004, p. 94.

³⁰ Sulla pagina non si intravedono costruzioni che fanno pensare all'uso della rotazione del quadrato. Tuttavia sia Bucher sia Bork hanno potuto dimostrare che la pianta è frutto di tale tecnica. Bucher 1979, p. 181; Bork 2003, p. 68.

³¹ «Qui comincia l'arte delle tecniche di rappresentazione, come ci insegna e ci facilita il lavoro, la disciplina della geometria. F/ Sull'altro foglio vi sono quelle per la muratoria». Villard, fol. 18v.

³² Ball 2009, p. 165.

³³ Della Bella 2012.

³⁴ Sant'Agostino, *De Musica*, 13.27-28.

³⁵ Si tratta di ϕ , il "numero d'oro", conosciuto anche come "proporzione divina" o "sezione aurea".

³⁶ *Sophia Salomonis o Liber Sapientiae* (11,19).

an artistic object or even the combination of the two. Barnes 2009, p. 53.

²⁷ «Jai este en m[u]lt de tieres / Si com vos pores trover en cest liv[r]e». Villard, fol. 9v.

²⁸ Bechmann 2002, p. 14.

²⁹ Willis refers to the design as the 'tabernacle' while Bucher defines it a 'castle'. One of the latest interpretations, sees it as the Temple of Solomon with the four bolts that symbolize the four elements: earth, air, fire and water. Willis 1859, p. 113; Bucher 1979, p. 112; Beffeyte 2004, p. 94.

³⁰ There is no trace of dry pen construction that leads to think about the use of the quadrature. However, both Bucher and Bork demonstrated that the plan is drawn using the technique of the rotation of the square. Bucher 1979, p. 181; Bork 2003, p. 68.

³¹ "Here begins the art of the techniques of representation as the discipline of geometry instructs for facilitating work. F/ On the other leaf are those of masonry." Villard, fol. 18v.

³² Ball 2009, p. 165.

³³ Della Bella 2012.

³⁴ S. Agostino, *De Musica*, 13.27-28.

³⁵ It is ϕ , the 'golden number', also known as 'divine proportion' and 'golden section'.

³⁶ *Sophia Salomonis o Liber Sapientiae* (11,19).

References

- Ball Philip. 2009. *Universe of Stone*. London: Vintage Books, 2009. ISBN: 978-0-099-49944-2.
- Barnes Carl F. Jr. 2009. *The Portfolio of Villard de Honnecourt*. Farnham, England: Ashgate Publishing Limited, 2009. ISBN: 978-0-7546-5102-4.
- Bechmann Roland. 2002. Geometry and Symbolism in Villard's 'Tomb of a Saracen'. *AVISTA Forum Journal*, vol. 12, 2002, p. 14.
- Beer Ellen J. 1956. *Die Glasmalereien der Schweiz vom 12. Bis zum Beginn des 14. Jahrhunderts*. Basel: Birkhäuser Verlag 1956. ISBN: 978-37-6430-069-2.
- Beffeyte Renaud. 2004. The Oral Tradition and Villard de Honnecourt. In Villard's Legacy: Studies in Medieval Technology, Science, and Art in Memory of Jean Gimpel. In Marie-Thérèse Zenner. Villard's Legacy: Studies in Medieval Technology, Science, and Art in Memory of Jean Gimpel, AVISTA. Aldershot: Ashgate Publishing Limited, 2004, pp.93-120.
- Bork Robert. 2003. *Skyscrapers of the New Jerusalem: The Great Spires of Gothic Europe*. Cologne: Koelner Architekturstudien 2003. ISBN: 978-06-1512-830-6.
- Bucher François. 1968. Design in Gothic Architecture: A Preliminary Assessment. *Journal of the Society of Architectural Historians*, vol. 27, n. 1, 1968, pp. 49-71.
- Bucher François. 1972. Medieval Architectural Design Methods 800-1560. *Gesta*, 1972, vol. 11, n. 2, pp. 37-51.
- Bucher François. 1979. The Lodge Book of Villard de Honnecourt. In Id. *Architector: The Lodge Books and Sketchbooks of Medieval Architects*. New York: Abaris Books, 1979, vol. 1, pp. 15-193.
- Coldstream Nicola. 2002. *Medieval Architecture*. Oxford: Oxford University Press, 2002. ISBN: 978-0-19-284276-3
- Della Bella Emiliano. 2012. L'armonica pitagorica nella cattedrale di Chartres. In *Musica ed Architettura*. Roma: Edizioni Nuova Cultura, 2012, pp. 267-276.
- de Mende Guillaume Durand. 2000. *Manuale per comprendere il significato simbolico delle cattedrali e delle chiese*. Roma: Edizioni Arkeios, 2000. ISBN: 88-86495-48-X.
- Frankl Paul. 1960. *The Gothic*. Princeton: Princeton University Press, 1960.
- Hahnloser Hans R. 1972. *Villard de Honnecourt kritische Gesamtausgabe des Bauhüttenbuches ms. Fr 19093 der Pariser Nationalbibliothek*. Graz: Akademische Druck, 1972. ISBN: 3-201-00768-4.
- Hiscock Nigel 2000. *The Wise Master Builder*. Aldershot, Great Britain: Ashgate Publishing Limited, 2000. ISBN: 1-84014-632-X.
- Hiscock Nigel. 2004. Architectural Geometry and the Portfolio of Villard de Honnecourt. In Marie-Thérèse Zenner. Villard's Legacy: Studies in Medieval Technology, Science, and Art in Memory of Jean Gimpel, AVISTA. Aldershot: Ashgate Publishing Limited, 2004, pp. 3-21.
- Hiscock Nigel. 2007. *The Symbol at your Door*. Aldershot, England: Ashgate Publishing Limited, 2007. ISBN: 978-0-7546-6300-3.
- Horn Walter, Born Ernest. 1966. The Dimensional Inconsistencies of the Plan of St.Gall and the Problem of the Scale of the Plan, *Art Bulletin*, 1966, vol. 48, n. 3-4, p. 285.
- Lund Fredrik Macody. 1921. *Ad Quadratum*. London: B.T. Batsford, 1921.
- Roriczer Matthäus. *Die Geometria Deutsch*. Würzburg Universitätsbibliothek I.t.q. XXXX.
- Schmuttermayer. *Fialenbüchlein*. Nürnbergm Germanisches Nationalmuseum Bibliothek, n. 36,045.
- Villard de Honnecourt, Bibliothèque nationale de France, Paris, ms. Fr 19093.
- von Simpson Otto. 1968. *Die gotische Kathedrale. Beiträge zu ihrer Entstehung und Bedeutung*. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgemeinschaft, 1968. ISBN: 978-35-3423-532-2.
- Willis Robert. 1859. *Fac-simile of the Sketch Book of Wilars of Honnecourt*. London: J. H. and J. Parker, 1859.